

臺北市立三民國民中學108學年度第一學期 九年級數學科第三次定期評量非選答案卷

一、是非題：（每題 2 分）

1	2	3	4	5	6	7
B	A	A	B	B	B	A

二、選擇題：（每題 4 分）

8	9	10	11	12	13	14
D	C	B	A	C	C	A
15	16	17	18	19	20	21
D	D	B	A	D	B	B
22	23	24	25	26		
C	C	A	A	B		

三、非選擇題：（共 10 分）

1. 已知： n 是一個正整數。

(1) 因式分解 $n^4 + 2n^3 + n^2$

$$n^4 + 2n^3 + n^2 = n^2(n^2 + 2n + 1) = n^2(n + 1)^2$$
（共2分）

(1分) . (1分)

(2) 利用(1)的結果，證明： $n^4 + 2n^3 + n^2$ 必為 4 的倍數。
 (hint：可分成奇數、偶數兩種情形討論。)

(a) n 為奇數，設 $n = 2k + 1$ (k 為正整數)

$$n^4 + 2n^3 + n^2 = n^2(n + 1)^2 = (2k + 1)^2(2k + 2)^2$$

$$= (2k + 1)^2[2(k + 1)]^2 = 4(2k + 1)^2(k + 1)^2$$
 $\because k$ 為正整數， $4[(2k + 1)^2(k + 1)^2]$ 為 4 的倍數

(b) n 為偶數，設 $n = 2k$ (k 為正整數)

$$n^4 + 2n^3 + n^2 = n^2(n + 1)^2 = (2k)^2(2k + 1)^2$$

$$= 4[k^2(2k + 1)^2]$$
 $\because k$ 為正整數， $4[k^2(2k + 1)^2]$ 為 4 的倍數

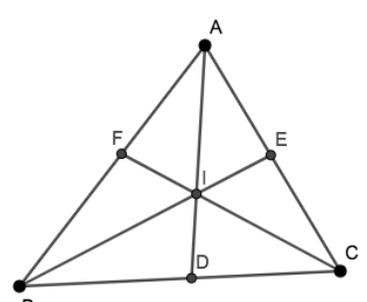
(c) 由(a)、(b) 可得證 $n^4 + 2n^3 + n^2$ 必為 4 的倍數
（(a)、(b)、(c)各1分，共3分）

2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 平分 $\angle A$ 、 \overline{BE} 平分 $\angle B$ 、 \overline{CF} 平分 $\angle C$ ， D 、 E 、 F 分別在 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} 上。

(1) 若 $\overline{AB} = c$ 、 $\overline{AC} = b$ 、 $\overline{BC} = a$ 。請根據內角平分線內分比性質，分別求 $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}$ 、 $\frac{\overline{CE}}{\overline{EA}}$ 、 $\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}}$ 的值。（以 a 、 b 、 c 表示）

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} = \frac{c}{b} \quad \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} = \frac{a}{c} \quad \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = \frac{b}{a}$$

（各1分，共3分）



(2) 承上題，證明： $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \times \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \times \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = 1$

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \times \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \times \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = \frac{c}{b} \times \frac{a}{c} \times \frac{b}{a} = 1, \text{ 可得證 } \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \times \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \times \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = 1$$

(1分) . (1分) （共2分）