

臺北市立三民國中108學年度第一學期 九年級數學科第三次定期評量試題卷

_____年 _____班 _____號 姓名：_____

一、是非題：（每題 2 分）

若題目敘述正確，請在答案卡上畫記(A)
若題目敘述錯誤，請在答案卡上畫記(B)

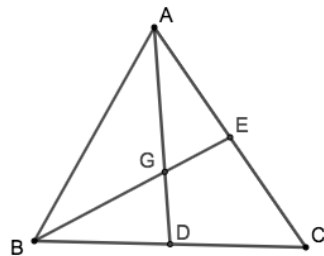
1. 已知四邊形 $ABCD$ 為菱形，則四邊形 $ABCD$ 一定有外接圓。
2. 正多邊形的外心、內心、重心會在同一點。
3. 若 n 是奇數， n^2 也是奇數。
4. 三角形的內心一定在三角形內部；三角形的外心也一定在三角形外部。
5. 任何一個多邊形一定有內心。
6. 三角形的重心為三邊中垂線的交點。
7. 三角形的內心為三角平分線的交點。

二、選擇題：（每題 4 分）

請在四個選項當中選擇最正確的答案
並以2B鉛筆畫記於答案卡上

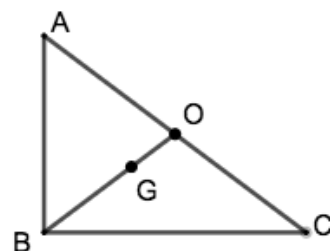
8. 如圖，若 G 為 $\triangle ABC$ 重心， $\triangle BDG$ 面積為5，求 $\triangle ABC$ 面積。

- (A) 10
(B) 15
(C) 20
(D) 30



9. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{BC} = 4$ 、 $\overline{CA} = 5$ ， G 為重心， O 為外心，求 $\overline{OG} = ?$

- (A) $\frac{5}{3}$
(B) $\frac{5}{2}$
(C) $\frac{5}{6}$
(D) $\frac{5}{4}$



10. 已知 $\triangle ABC$ 的面積為52，內切圓半徑為4， $\overline{BC} = 10$ ，求 $\overline{AB} + \overline{CA}$

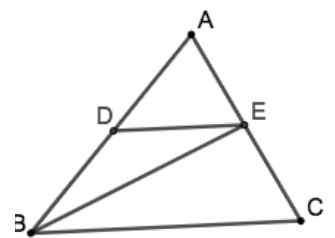
- (A) 12
(B) 16
(C) 20
(D) 24

11. 已知正 $\triangle ABC$ 外接圓面積為 100π ，求正 $\triangle ABC$ 內切圓周長。

- (A) 10π
(B) 20π
(C) 25π
(D) 50π

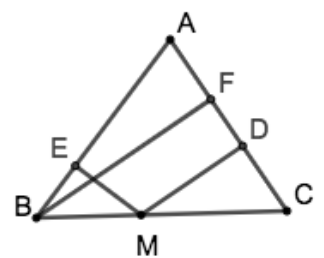
12. 如圖， \overline{BE} 為 $\angle ABC$ 的角平分線， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 。若 $\triangle ADE$ 的周長為12， $\overline{BE} = 8$ ，求 $\triangle ABE$ 的周長。

- (A) 16
(B) 18
(C) 20
(D) 24



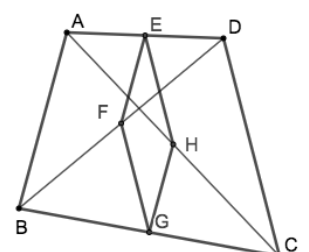
13. 如圖， $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， $\overline{ME} \perp \overline{AB}$ ， $\overline{MD} \perp \overline{AC}$ ， $\overline{BF} \perp \overline{AC}$ 。若 $\overline{EM} = 3$ 、 $\overline{DM} = 4$ ，求 \overline{BF} 。

- (A) 5
(B) 6
(C) 7
(D) 8



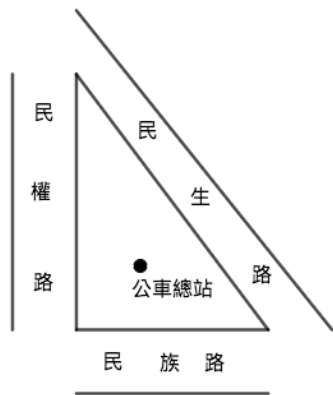
14. 如圖，四邊形 $ABCD$ 中， E 、 F 、 G 、 H 分別為 \overline{AD} 、 \overline{BD} 、 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的中點， $\overline{AB} = 12$ 、 $\overline{CD} = 16$ ，下列何者錯誤？

- (A) 四邊形 $EFGH$ 為菱形
(B) 四邊形 $EFGH$ 周長為28
(C) $\overline{EH} \parallel \overline{CD}$
(D) $\overline{EF} = 6$



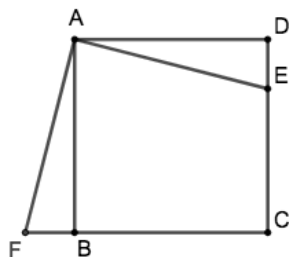
15. 等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，求外接圓半徑。
- (A) $\frac{10}{3}$
 (B) $\frac{26}{3}$
 (C) 8
 (D) $\frac{169}{24}$

16. 三民市內有三條主要幹道：「民族路、民權路、民生路」。三條幹道在於市中心圍成一個三角形區域（如圖），其中民族路與民權路互相垂直。三民市的莊市長為了強化三民市大眾運輸系統，打算找到一個地點設立公車總站，並開闢三條道路，使得公車總站通往三條主要幹道的距離相等。已知在這三角形區域內，民族路段長3公里、民權路段長4公里。請問：莊市長共需開闢幾公里的新道路？



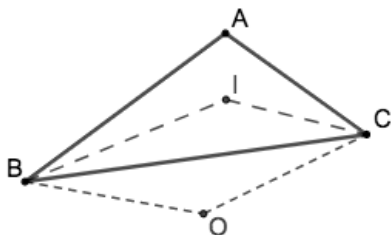
- (A) 1公里
 (B) 2公里
 (C) 2.5公里
 (D) 3公里

17. 如圖，正方形 $ABCD$ 中， E 在 \overline{CD} 上， F 在 \overline{BC} 的延長線上， $\overline{AE} \perp \overline{AF}$ ，下列何者正確？



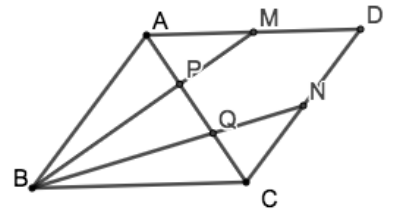
- (A) $\overline{AE} = \overline{AB}$
 (B) $\overline{BF} = \overline{DE}$
 (C) $\overline{AF} = \overline{AD}$
 (D) $\angle AFB = \angle ADE$

18. 如圖，鈍角 $\triangle ABC$ 中， O 為外心， I 為內心。若 $\angle BIC = \angle BOC$ ，求 $\angle A$



- (A) 108°
 (B) 120°
 (C) 144°
 (D) 150°

19. 如圖，平行四邊形 $ABCD$ 中， M 、 N 分別為 \overline{AD} 、 \overline{CD} 的中點。若 $\triangle PQB$ 的面積為 10，求五邊形 $PQNDM$ 的面積。



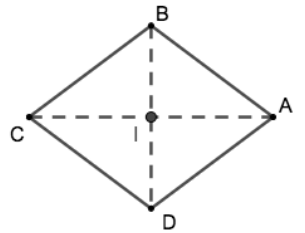
- (A) 30
 (B) 25
 (C) 24
 (D) 20

20. 平面座標上 $A(1,0)$ 、 $B(0,5)$ 、 $C(0,-3)$ 。已知 $\angle BAC > 90^\circ$ ， $\triangle ABC$ 的外心在第幾象限？

- (A) 第一象限
 (B) 第二象限
 (C) 第三象限
 (D) 第四象限

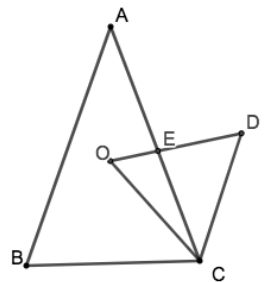
21. 如圖，菱形 $ABCD$ 中，兩對角線 $\overline{AC} = 8$ 、 $\overline{BD} = 6$ 。求菱形 $ABCD$ 的內切圓半徑。

- (A) 2
 (B) 2.4
 (C) 3
 (D) 4.8



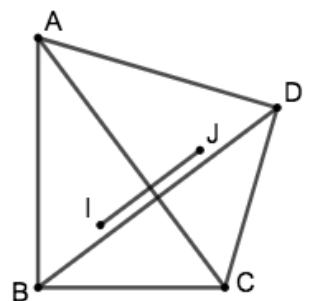
22. 如圖，等腰 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， O 點為外心， $\triangle COD$ 為正三角形， \overline{OD} 與 \overline{AC} 交於 E 點。若 $\angle BAC = 40^\circ$ ，求 $\angle AED$ 。

- (A) 110°
 (B) 105°
 (C) 100°
 (D) 95°



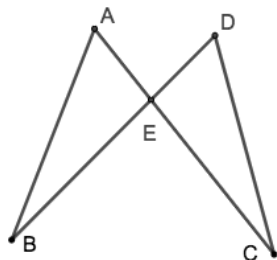
23. 如圖，箏形 $ABCD$ 中， I 、 J 分別為 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 的內心。若 $\overline{AB} = 20$ 、 $\overline{BC} = 15$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，則下列何者錯誤？

- (A) $\overline{AC} = 25$
 (B) $\overline{BD} = 24$
 (C) $\overline{IJ} = 12$
 (D) $\overline{BI} = 5\sqrt{2}$



24. 如圖， $\overline{AB} = \overline{CD}$ 、 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 。求證：
 $\angle A = \angle D$ 。以下是阿哲證明的過程，請問哪
 一個步驟開始出現錯誤？

- (A) $\because \overline{AC} = \overline{BD} \quad \therefore \overline{AE} = \overline{DE}, \overline{EB} = \overline{EC}$
 (B) 又 $\angle AEB = \angle DEC$ (對頂角)
 (C) $\therefore \triangle AEB \cong \triangle DEC$ (ASA)
 (D) $\therefore \angle A = \angle D$ (對應角相等)



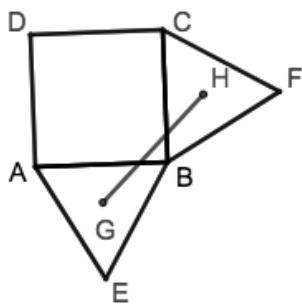
25. 政府近年來大力推行「風力發電」，在台灣
 西部沿海地區建造大量離岸風機（見圖）。
 仔細觀察離岸風機的三個葉片，發現它有兩
 大特色：一是三個葉片長度都相等，二是旋
 轉時相當穩定，中央的旋轉軸應該是位於其
 重心上。由此兩大特色可以推論，三個葉片
 頂點所連成的三角形是？

- (A) 一定是正三角形
 (B) 任意等腰三角形
 (C) 任意直角三角形
 (D) 一定是等腰直角三角形



26. 如圖， $ABCD$ 為一正方形， $\triangle ABE$ 、
 $\triangle BCF$ 為正三角形， $\overline{AB} = 6$ 。G、H分別為
 $\triangle ABE$ 、 $\triangle BCF$ 重心。求 $\overline{GH} = ?$

- (A) $6\sqrt{2}$
 (B) $3\sqrt{2} + \sqrt{6}$
 (C) $2\sqrt{6}$
 (D) $3\sqrt{3} + \sqrt{6}$



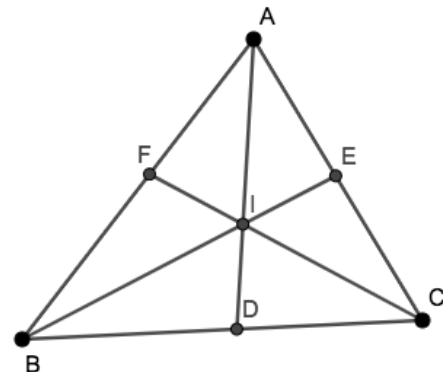
三、非選擇題：（共 10 分）

請以黑色原子筆作答於答案卷上
 違者不予計分

1. 已知： n 是一個正整數。
 (1) 因式分解 $n^4 + 2n^3 + n^2$
 (2分)

- (2) 利用(1)的結果，證明：
 $n^4 + 2n^3 + n^2$ 必為 4 的倍數。
 (hint：可分成奇數、偶數兩種情形討論。)
 (3分)

2. 如圖， $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 平分 $\angle A$ 、 \overline{BE} 平分
 $\angle B$ 、 \overline{CF} 平分 $\angle C$ ， D 、 E 、 F 分別在 \overline{BC} 、
 \overline{AC} 、 \overline{AB} 上。



- (1) 若 $\overline{AB} = c$ 、 $\overline{AC} = b$ 、 $\overline{BC} = a$ 。
 請根據內角平分線內分比性質，分別求
 $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}$ 、 $\frac{\overline{CE}}{\overline{EA}}$ 、 $\frac{\overline{AF}}{\overline{FB}}$ 的值。（以 a 、 b 、 c 表示）
 (3分)

- (2) 承上題，證明： $\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \times \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \times \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = 1$
 (2分)

----- 試卷結束 -----

挑戰一下：

非選題第2. 題其實源自一個有趣的
 定理「帥式定理」（又稱「西瓦定理」）
 這個定理的敘述如下：

「若 $\triangle ABC$ 三頂點與對邊上一點所
 連成的三線段 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 相交於一點
 O ，則

$$\frac{\overline{BD}}{\overline{DC}} \times \frac{\overline{CE}}{\overline{EA}} \times \frac{\overline{AF}}{\overline{FB}} = 1 \dots \dots \text{公式(1)}$$

反過來說，若 $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB}
 上三點 D 、 E 、 F 滿足上列公式(1)，則
 \overline{AD} 、 \overline{BE} 、 \overline{CF} 會相交於同一點。」

也就是說，利用這個定理與非選題
 第2. 題的結果，我們就可以證明三條角
 平分線，三條中線會交於同一點。

辛苦做完這份考卷的你/妳，可以試
 著證明「帥式定理」。沒有很難，利用
 面積就可以證明囉！

祝大家期末考順利，寒假愉快！